

מתמטיקה א

פרק 7 - מינימום ומקסימום מוחלטים לפונקציה

תוכן העניינים

1. מציאת מינימום ומקסימום מוחלטים לפונקציה.....1

מינימום ומקסימום מוחלטים לפונקציה

שאלות

בשאלות 1-7 מצאו את נקודות המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציות, בתחומים הרשומים לידן (אם יש כאלה):

$$(-1 \leq x \leq 3) \quad f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \quad (1)$$

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 5} \quad (2)$$

$$(-1 \leq x \leq 20) \quad f(x) = x^{\frac{2}{3}}(20 - x) \quad (3)$$

$$\left[\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right] \quad f(x) = \begin{cases} 4x - 2 & x < 1 \\ (x - 2)(x - 3) & x \geq 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$(-5 \leq x \leq 1) \quad f(x) = 1 + |9 - x^2| \quad (5)$$

$$(-5 < x < -1) \quad f(x) = \frac{x^2}{x + 1} \quad (6)$$

$$(-\infty < x < \infty) \quad f(x) = x^3 - 9x + 1 \quad (7)$$

$$(8) \quad \text{נתונה הפונקציה } f(x) = x^x \text{ בתחום } x > 0.$$

א. מצאו את המקסימום והמינימום המוחלטים של הפונקציה בתחום הנתון.

ב. דני טוען שהפונקציה הפיכה בקטע $(0, 0.5)$. הוכיחו שדני טועה.

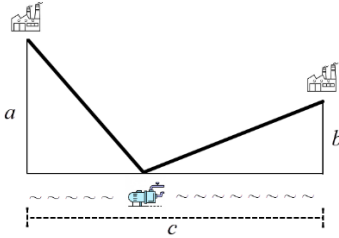
$$(9) \quad \text{מצאו את המקסימום והמינימום המוחלטים של הפונקציה } f(x) = x^2 + |\ln x|.$$

$$(10) \quad \text{מצאו את המקסימום והמינימום המוחלטים של } f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x \text{ ב-} \mathbb{R}. \text{ הערה: אין להשתמש בנגזרות בתרגיל זה.}$$

(11) מצאו את המקסימום והמינימום המוחלטים של $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$

ב- $\mathbb{R}$ וב- $[1, 3]$.

הערה: אין להשתמש בנגזרות בתרגיל זה.



(12) לחברת מי עדן יש שני מפעלים.

האחד מרוחק a ק"מ מהמעין.

השני מרוחק b ק"מ מהמעין.

המרחק האופקי בין המפעלים הוא c ק"מ.

החברה מעוניינת להקים תחנת שאיבה במעין

בין שני המפעלים. התחנה מחוברת למפעלים.

מהו האורך המינימלי של צינורות שאיבה שהחברה תצטרך?

הראו שהאורך המינימלי מתקבל כאשר הזווית בין כל צינור למעין שוות.

(13) גליל חסום בכדור.

הוכיחו, מבין כל הגלילים האפשריים הגדול ביותר בנפחו הוא זה שגובהו פי

$\sqrt{2}$ מרדיוס הבסיס שלו.

תשובות סופיות

- (1) $(-1, -7)$ מינימום מוחלט, $(3, 9)$ מקסימום מוחלט.
- (2) $(-1, 0)$ מינימום מוחלט, $(5, 0)$ מינימום מוחלט, $(2, 3)$ מקסימום מוחלט.
- (3) $(0, 0)$ מינימום מוחלט, $(20, 0)$ מינימום מוחלט, $(8, 48)$ מקסימום מוחלט.
- (4) $(2.5, -0.25)$ מינימום מוחלט, $(1, 2)$ מקסימום מוחלט.
- (5) $(-3, 1)$ מינימום מוחלט, $(-5, 17)$ מקסימום מוחלט.
- (6) $(-2, -4)$ מקסימום מוחלט. אין מינימום מוחלט.
- (7) אין מקסימום ואין מינימום מוחלטים.
- (8) א. אין מקסימום מוחלט. מינימום מוחלט הוא $\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{e}}$. ב. שאלת הוכחה.
- (9) אין מקסימום מוחלט. מינימום מוחלט $0.5(1 + \ln 2)$.
- (10) מקסימום מוחלט 1, מינימום מוחלט $\frac{1}{2}$.
- (11) ב- $\mathbb{R}$: $(3, 0)$, $(1, 0)$ מינימום מוחלט, מקסימום מוחלט לא קיים.
- ב- $[1, 3]$: $(3, 0)$, $(1, 0)$ מינימום מוחלט, $(2, 1)$ מקסימום מוחלט.
- (12) האורך המינימלי של צינורות שאיבה שהחברה תצטרך הוא $\sqrt{(a+b)^2 + c^2}$.
- (13) שאלת הוכחה.